

TOI推廣計畫

解題-教室配置



臺灣國際資訊奧林匹亞競賽 (TOI) 推廣計畫

題目

遙遠的一顆資工星上，有一所資工市立資工大學，裡面只有一個系：資工系。

資工系預期開放 N 個課程，每堂課程各有其開始與結束時間。已知每堂課都需要一間教室，但是資工系目前只有一間，剩下的必須透過申請。但是限於經費不足，系上必須申請越少教室越好。於是系上決定若課程的時間不重疊，則盡可能地共用教室：有 A 、 B 兩課程，其開始結束時間為 S_A 、 E_A 及 S_B 、 E_B ，若 $E_A \leq S_B$ 則 A 、 B 兩課程可以共用同一間教室。

已知資工系已經有一間教室了，請問經過申請後，資工系最少會有幾間教室？

輸入格式

每組測資第一列為一個正整數 N ($0 \leq N \leq 10^7$)，代表資工系的課程數量，接著有 N 列，每列有兩個正整數 T_1 及 T_2 ，($0 \leq T_1 < T_2 < 10^7$)，表示每堂課的上課及下課時間。

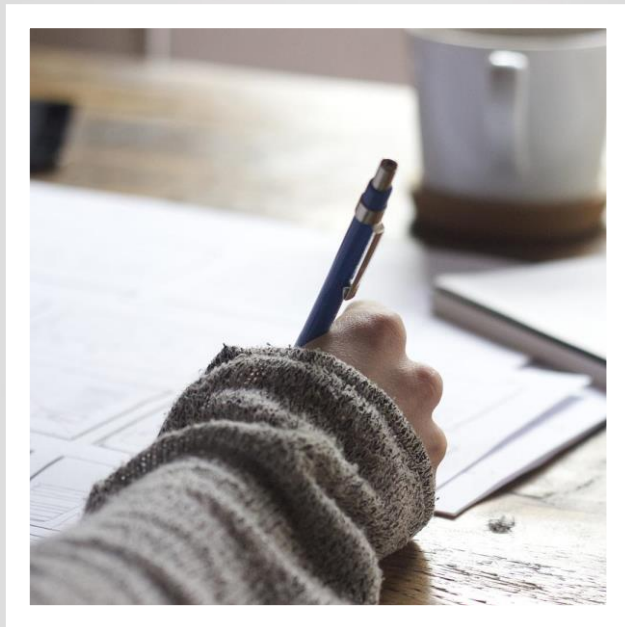
輸出格式

每組測資輸出一列，包含一個整數 K ，表示資工系最少會有 K 間教室。

輸入範例	輸出範例
3	1
0 1	
1 2	
2 3	

解題重點:

1. 用陣列存下各時刻
教室需求量
2. 儲存方式（掃描線）



◆用陣列存下各時刻教室需求量

如果有一個陣列能夠存下所有時刻的教室需求量，則答案只要經過一次搜尋 $O(n)$ 就能找到。

0	1	2	3	4
0	1	4	4	4
5	6	7	8	9
3	2	0	0	0

◆儲存方式

在課堂開始的時間將陣列值加一，課堂結束的時間點將陣列值減一。若有一堂課時間範圍為**1**、**8**，則表格為：

0	1	2	3	4
0	1	0	0	0
5	6	7	8	9
0	0	0	-1	0

◆ 儲存方式

此時將表格算出前綴和。

可以發現：**陣列1至7的位置恰好都被填了1**，表示時段1至時段7都有一堂課。

0	1	2	3	4
0	1	1	1	1
5	6	7	8	9
1	1	1	0	0

◆ 儲存方式

又例如：有兩堂課，分別為 $(1, 7)$ 、 $(3, 6)$ ：
此時一樣頭加一，尾減一。

0	1	2	3	4
0	1	0	1	0
5	6	7	8	9
0	-1	-1	0	0

◆ 儲存方式

一樣算出前綴和。可以發現，正好是我們要的填表方式。
能從表格看出，時間點3至5為教室需求最大的時間。

0	1	2	3	4
0	1	1	2	2
5	6	7	8	9
2	1	0	0	0

運用這種儲存方式，每堂課只要 $O(1)$ 的時間，總共 n 堂課則為 $O(n)$ 。
再加上最後的前綴和也是 $O(n)$ 。因此此方法時間複雜度為 $O(n)$ 。